

Μαθηματικά Γ Λυκείου
Θετικής Κατεύθυνσης
Διαγώνισμα στις συναρτήσεις

29-10-2004

Θέμα 1^ο:

A. Δίνεται η συνάρτηση
$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 1, & x \leq 0 \\ 2, & 0 < x < 4 \\ \sqrt{x}, & x \geq 4. \end{cases}$$

- α. Να βρείτε τις τιμές: $f(-2)$, $f(0)$, $f(\pi)$, $f(5)$
β. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f .

B. Δίνεται η συνάρτηση
$$f(x) = \frac{3x^2}{2\sqrt{x+1}} + 2x\sqrt{x+1}$$

- α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f
β. Δείξτε ότι η $f(x) = \frac{x(7x+4)}{2\sqrt{x+1}}$
γ. Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η $f > 0$ και $f < 0$

Θέμα 2^ο:

- A. α. Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \ln(9 - x^2)$ είναι το σύνολο
A. $\mathbb{R} - \{-3, 3\}$ B. $\mathbb{R} - \{3\}$ Γ. $[3, +\infty)$
Δ. $(-3, 3)$ E. $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$
β. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + kx^2 + \lambda x - 5$. Αν $f(1) = 8$ και $f(-1) = 4$,
η τιμή της παράστασης $k + 2\lambda$ είναι ίση με:
A. 0 B. 8 Γ. 13 Δ. -11 E. 11
γ. Αν $f(x) = \ln x$ και $g(x) = 16 - x^2$, τότε το πεδίο ορισμού της $f \circ g$ είναι
A. $(-\infty, 4]$ B. $[-4, 4]$ Γ. $(-\infty, 4) \cup (4, +\infty)$
Δ. $(-4, 4)$ E. $(0, 4)$

- B. Να βρεθεί, αν υπάρχει, η αντίστροφη της $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ όταν ισχύει:
$$f^3(x) + xf(x) - 1 = 0$$

Θέμα 3ο:

A. Δίνονται οι συναρτήσεις: $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$ και $g(x) = \sqrt{x - 4}$

Να οριστούν οι συναρτήσεις: $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$

B. α. Να βρεθεί η συνάρτηση f ώστε να

ισχύει: $(f \circ g)(x) = x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} + 2$ όταν $g(x) = x + \frac{1}{x}$, $x \neq 0$

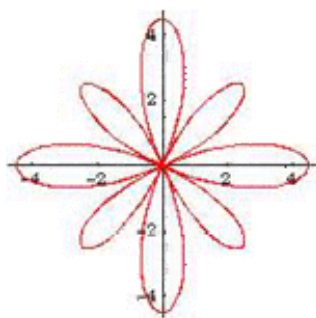
β. Να βρεθεί μια συνάρτηση f ώστε να ισχύει:

$$(g \circ f)(x) = 2x^2 - 2x + 5 \text{ όταν } g(x) = 3x - 5$$

Θέμα 4ο:

A. Να βρεθεί, αν υπάρχει, η αντίστροφη της συνάρτησης: $f(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 2}$

B. Αν $f(f(x)) + f(x) = 2x - 3$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και $f(3) = 2$ να βρεθεί η $f^{-1}(3)$ και να λυθεί η εξίσωση: $f^{-1}(x) = 2$



Καλή επιτυχία
Γ. Καριπίδης, Μαθηματικός